

# 数 学 I

(全 問 必 答)

## 第 1 問 (配点 25)

[1]

(1)  $x$  を実数とし

$$A = x(x+1)(x+2)(5-x)(6-x)(7-x)$$

とおく。整数  $n$  に対して

$$(x+n)(n+5-x) = x(5-x) + n^2 + \boxed{\text{ア}}n$$

であり、したがって、 $X = x(5-x)$  とおくと

$$A = X(X + \boxed{\text{イ}})(X + \boxed{\text{ウエ}})$$

と表せる。

$$x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \text{ のとき, } X = \boxed{\text{オ}} \text{ であり, } A = 2\boxed{\text{カ}} \text{ である。}$$

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

(2) 実数  $x$  が

$$(x + 1)(x + 2)(6 - x)(7 - x) = -16$$

を満たすとき,  $x(5 - x) =$  キクケ である。したがって, このとき

$$x = \frac{\text{コ} \pm \sqrt{\text{サシ}}}{\text{ス}}$$

である。

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

## 数学 I

[2]

- (1) 全体集合  $U$  を  $U = \{x \mid x \text{ は } 20 \text{ 以下の自然数}\}$  とし、次の部分集合  $A, B, C$  を考える。

$$A = \{x \mid x \in U \text{ かつ } x \text{ は } 20 \text{ の約数}\}$$

$$B = \{x \mid x \in U \text{ かつ } x \text{ は } 3 \text{ の倍数}\}$$

$$C = \{x \mid x \in U \text{ かつ } x \text{ は偶数}\}$$

集合  $A$  の補集合を  $\bar{A}$  と表し、空集合を  $\emptyset$  と表す。

次の  に当てはまるものを、下の①~③のうちから一つ選べ。

集合の関係

(a)  $A \subset C$

(b)  $A \cap B = \emptyset$

の正誤の組合せとして正しいものは  である。

	①	②	③	
(a)	正	正	誤	誤
(b)	正	誤	正	誤

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

次の  に当てはまるものを，下の①～③のうちから一つ選べ。

集合の関係

(c)  $(A \cup C) \cap B = \{6, 12, 18\}$

(d)  $(\bar{A} \cap C) \cup B = \bar{A} \cap (B \cup C)$

の正誤の組合せとして正しいものは  である。

	①	②	③
(c)	正	正	誤
(d)	正	誤	正

(2) 実数  $x$  に関する次の条件  $p, q, r, s$  を考える。

$$p: |x - 2| > 2, \quad q: x < 0, \quad r: x > 4, \quad s: \sqrt{x^2} > 4$$

次の ,  に当てはまるものを，下の①～③のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

$q$  または  $r$  であることは， $p$  であるための 。また， $s$  は  $r$  であるための 。

- ① 必要条件であるが，十分条件ではない
- ② 十分条件であるが，必要条件ではない
- ③ 必要十分条件である
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

# 数学 I

## 第 2 問 (配点 25)

$a$  を正の実数とし

$$f(x) = ax^2 - 2(a+3)x - 3a + 21$$

とする。2 次関数  $y = f(x)$  のグラフの頂点の  $x$  座標を  $p$  とおくと

$$p = \boxed{\text{ア}} + \frac{\boxed{\text{イ}}}{a}$$

である。

- (1)  $0 \leq x \leq 4$  における関数  $y = f(x)$  の最小値が  $f(4)$  となるような  $a$  の値の範囲は

$$0 < a \leq \boxed{\text{ウ}}$$

である。

また、 $0 \leq x \leq 4$  における関数  $y = f(x)$  の最小値が  $f(p)$  となるような  $a$  の値の範囲は

$$\boxed{\text{エ}} \leq a$$

である。

したがって、 $0 \leq x \leq 4$  における関数  $y = f(x)$  の最小値が 1 であるのは

$$a = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \quad \text{または} \quad a = \frac{\boxed{\text{キ}} + \sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

のときである。

(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

(2) 関数  $y = f(x)$  のグラフが  $x$  軸と異なる 2 点で交わるのは

$$0 < a < \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \quad \text{または} \quad \boxed{\text{ス}} < a$$

のときである。この二つの交点の間の距離を  $L$  とする。  $2 < L < 4$  となるような  $a$  の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} < a < \frac{\boxed{\text{タ}} - \sqrt{\boxed{\text{チツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}, \quad \frac{\boxed{\text{ト}} + \sqrt{\boxed{\text{ナニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}} < a$$

である。

## 数学 I

### 第 3 問 (配点 30)

$\triangle ABC$ において、 $AB = 6$ 、 $BC = \sqrt{21}$ 、 $AC = 3$ とする。

(1) このとき

$$\cos \angle BAC = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad \sin \angle BAC = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

- (2) 点 C から辺 AB に下ろした垂線を CH とするとき、 $AH = \boxed{\text{オ}}$ ，  
 $CH = \sqrt{\boxed{\text{カ}}}$  である。また、線分 CH 上に  $AH = HD$  を満たす点 D をと  
 るとき、 $AD = \boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ ， $CD = \sqrt{\boxed{\text{ケ}}} - \boxed{\text{コ}}$  であるから

$$\triangle ACD \text{ の面積} = \sqrt{\boxed{\text{サ}}} - \boxed{\text{シ}}$$

であり

$$\sin \angle CAD = \frac{\sqrt{\boxed{\text{スセ}}} - \boxed{\text{ソ}} \sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。したがって、 $\triangle ACD$  の外接円の半径は  $\frac{\boxed{\text{ツ}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$  であ

る。また、辺 AB の中点を E とし、直線 AD と辺 BC の交点を F とすると

$$\frac{\triangle ACF \text{ の面積}}{\triangle AEF \text{ の面積}} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ナ}}} - \boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$$

である。

## 数学 I

### 第 4 問 (配点 20)

ある陸上競技大会に出場した選手の身長(単位は cm)と体重(単位は kg)のデータが得られた。男子短距離, 男子長距離, 女子短距離, 女子長距離の四つのグループに分けると, それぞれのグループの選手数は, 男子短距離が 328 人, 男子長距離が 271 人, 女子短距離が 319 人, 女子長距離が 263 人である。

- (1) 次ページの図 1 および図 2 は, 男子短距離, 男子長距離, 女子短距離, 女子長距離の四つのグループにおける, 身長 histograms および箱ひげ図である。

次の  ,  に当てはまるものを, 下の ㉠~㉦のうちから一つずつ選べ。ただし, 解答の順序は問わない。

図 1 および図 2 から読み取れる内容として正しいものは,  ,

である。

- ㉠ 四つのグループのうちで範囲が最も大きいのは, 女子短距離グループである。
- ㉡ 四つのグループのすべてにおいて, 四分位範囲は 12 未満である。
- ㉢ 男子長距離グループの histogram では, 度数最大の階級に中央値が入っている。
- ㉣ 女子長距離グループの histogram では, 度数最大の階級に第 1 四分位数が入っている。
- ㉤ すべての選手の中で最も身長の高い選手は, 男子長距離グループの中にいる。
- ㉥ すべての選手の中で最も身長の低い選手は, 女子長距離グループの中にいる。
- ㉦ 男子短距離グループの中央値と男子長距離グループの第 3 四分位数は, ともに 180 以上 182 未満である。

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

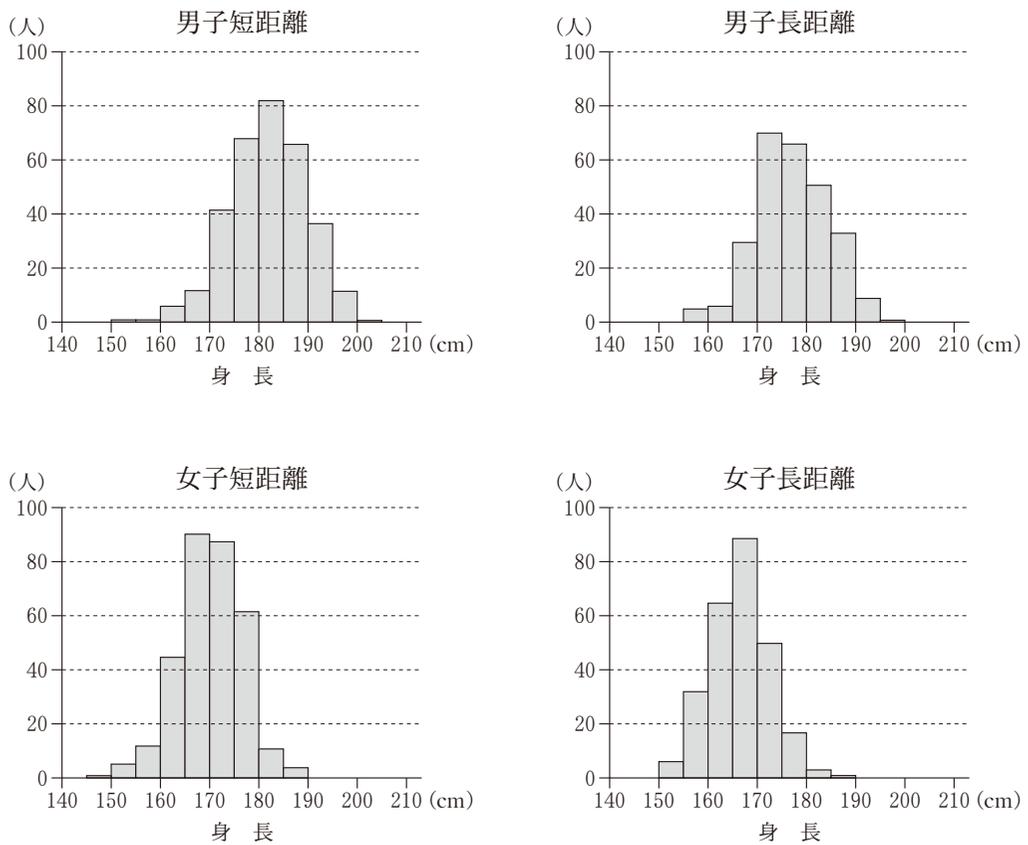


図1 身長の高istogram

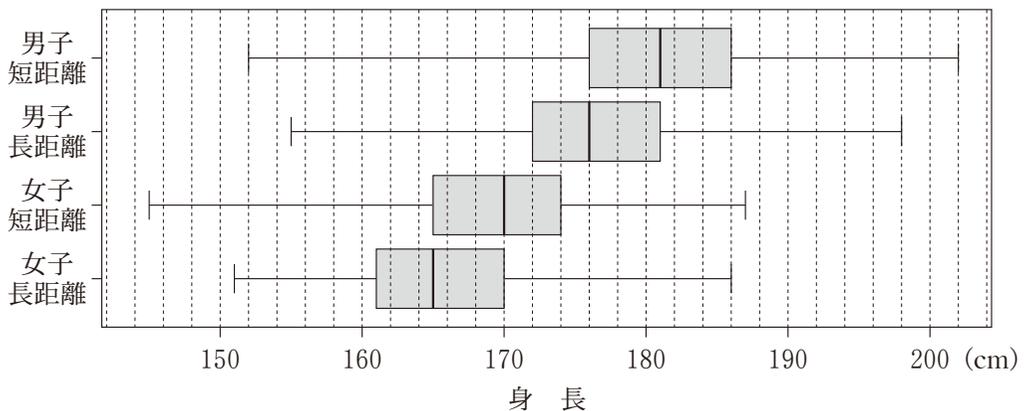


図2 身長の高ひげ図

(出典：図1，図2はガーディアン社のWebページにより作成)

(数学 I 第4問は次ページに続く。)

## 数学 I

(2) 身長を  $H$ 、体重を  $W$  とし、 $X$  を  $X = \left(\frac{H}{100}\right)^2$  で、 $Z$  を  $Z = \frac{W}{X}$  で定義する。次ページの図 3 は、男子短距離、男子長距離、女子短距離、女子長距離の四つのグループにおける  $X$  と  $W$  のデータの散布図である。ただし、原点を通り、傾きが 15, 20, 25, 30 である四つの直線  $l_1, l_2, l_3, l_4$  も補助的に描いている。また、次ページの図 4 の(a), (b), (c), (d) で示す  $Z$  の四つの箱ひげ図は、男子短距離、男子長距離、女子短距離、女子長距離の四つのグループのいずれかの箱ひげ図に対応している。

次の  ,  に当てはまるものを、下の①~⑤のうちから一つずつ選べ。ただし、解答の順序は問わない。

図 3 および図 4 から読み取れる内容として正しいものは、 ,  である。

- ① 四つのグループのすべてにおいて、 $X$  と  $W$  には負の相関がある。
- ② 四つのグループのうちで  $Z$  の中央値が一番大きいのは、男子長距離グループである。
- ③ 四つのグループのうちで  $Z$  の範囲が最小なのは、男子長距離グループである。
- ④ 四つのグループのうちで  $Z$  の四分位範囲が最小なのは、男子短距離グループである。
- ⑤ 女子長距離グループのすべての  $Z$  の値は 25 より小さい。
- ⑥ 男子長距離グループの  $Z$  の箱ひげ図は(c)である。

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

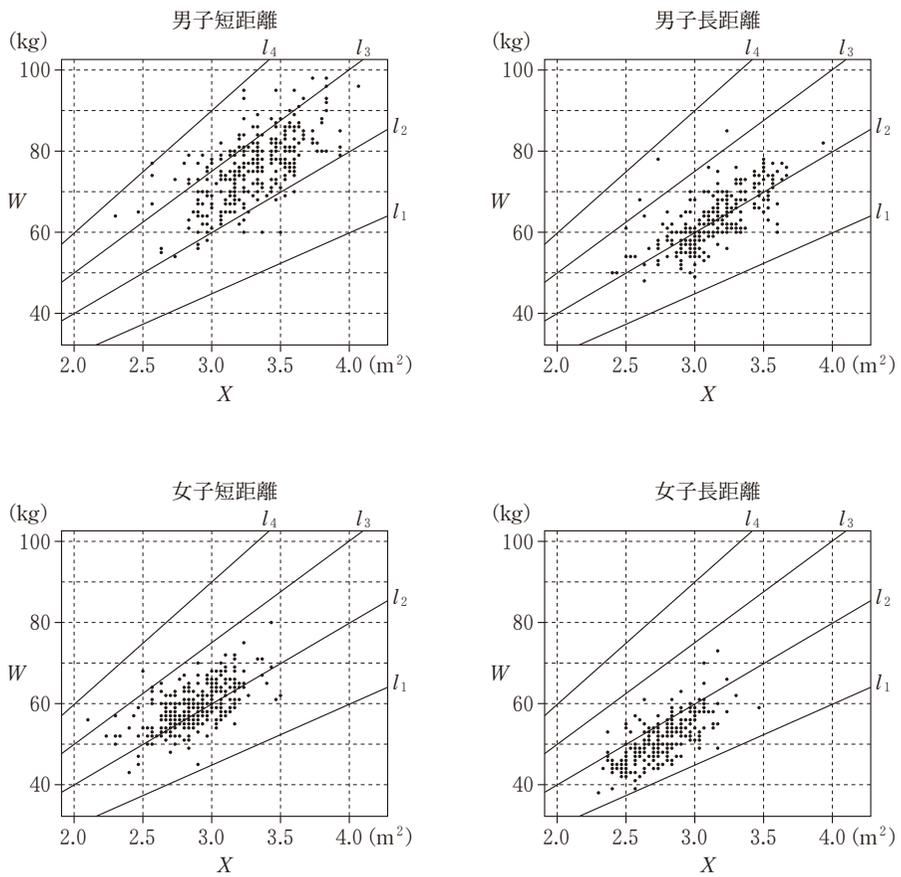


図3  $X$  と  $W$  の散布図

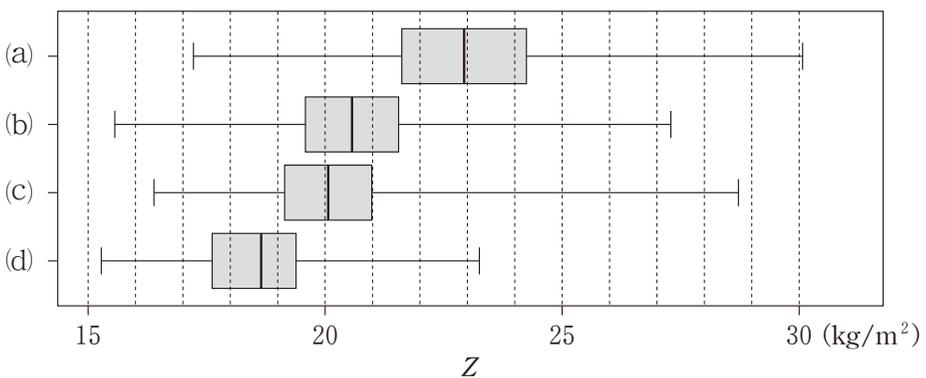


図4  $Z$  の箱ひげ図

(出典：図3，図4はガーディアン社のWebページにより作成)

(数学 I 第4問は次ページに続く。)

## 数学 I

- (3) 次の表 1 は、設問(2)で定義された  $X$ ,  $W$  について、女子長距離グループの平均値、標準偏差および共分散を計算したものである。ただし、 $X$  と  $W$  の共分散は、 $X$  の偏差と  $W$  の偏差の積の平均値である。なお、表 1 の数値は正確な値であり、四捨五入されていないものとする。

表 1 平均値、標準偏差および共分散

$X$ の 平均値	$W$ の 平均値	$X$ の 標準偏差	$W$ の 標準偏差	$X$ と $W$ の 共分散
2.75	51.1	0.200	5.36	0.754

次の  に当てはまる数値として最も近い値を、下の①~④のうちから一つ選べ。

女子長距離グループのデータにおいて、 $X$  と  $W$  の相関係数は、 である。

- ① 0.603      ② 0.653      ③ 0.703      ④ 0.753      ⑤ 0.803

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

(4)  $n$  を自然数とする。実数値のデータ  $x_1, x_2, \dots, x_n$  に対して、平均値  $\bar{x}$  を

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

とおくと、分散  $s^2$  は

$$s^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - (\bar{x})^2$$

で計算できることが知られている。

次の  ,  に当てはまる数値として最も近い値を、下の①～⑧のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

女子長距離グループのデータについて考える。

設問(2)で定義された  $X$  と  $H$  の関係を用いると、設問(3)の表 1 の数値により、このグループの身長を各々 2 乗した値の平均値は  である。また、このグループの身長の平均値が 165.7 のとき、このグループの身長を各々 2 乗した値の分散は  である。必要ならば、 $165.7^2 = 27456.49$  を用いてもよい。

- ① 4.00      ② 27.5      ③ 43.5      ④ 44.7      ⑤ 104.4  
 ⑥ 275      ⑦ 400      ⑧ 27500      ⑨ 72325

問題と解答は、独立行政法人 大学入試センターホームページより転載しています。  
ただし、著作権上の都合により、一部の問題・画像を省略しています。